

NÚMEROS ÍNDICES

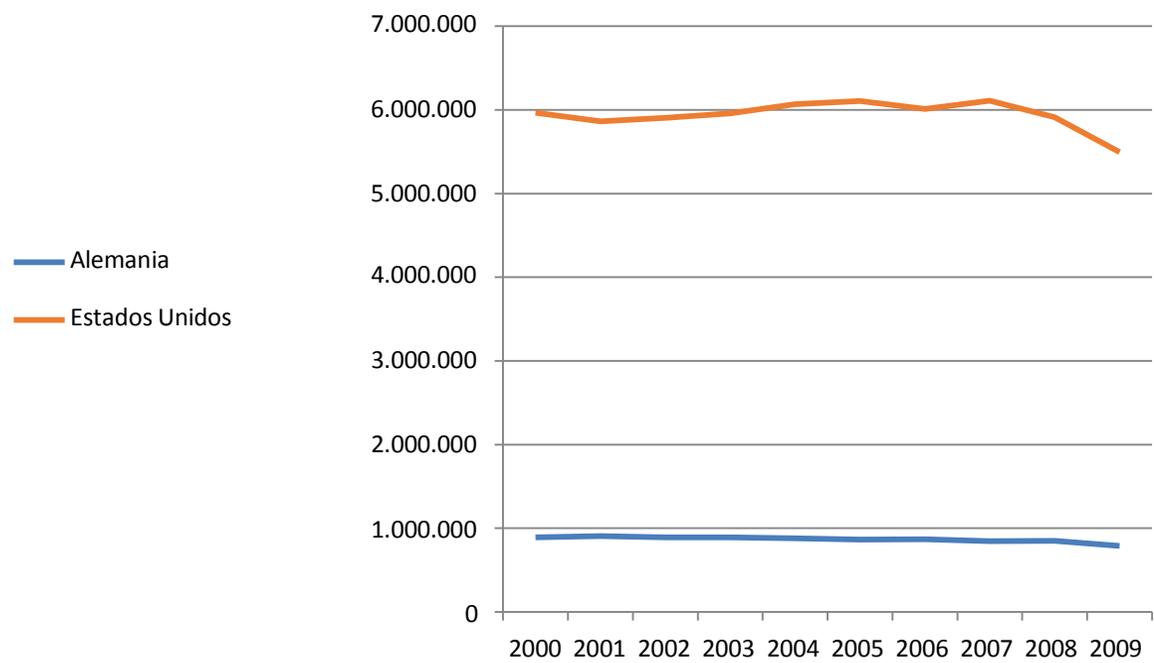
Emisiones de CO₂ por país y periodo. Unidades: Gigagramos

	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Alemania	890.994	907.051	890.934	889.848	881.167	863.955	870.164	847.276	847.967	788.803
Estados Unidos	5.966.222	5.864.344	5.903.041	5.956.793	6.068.083	6.104.818	6.012.335	6.110.796	5.911.797	5.496.282

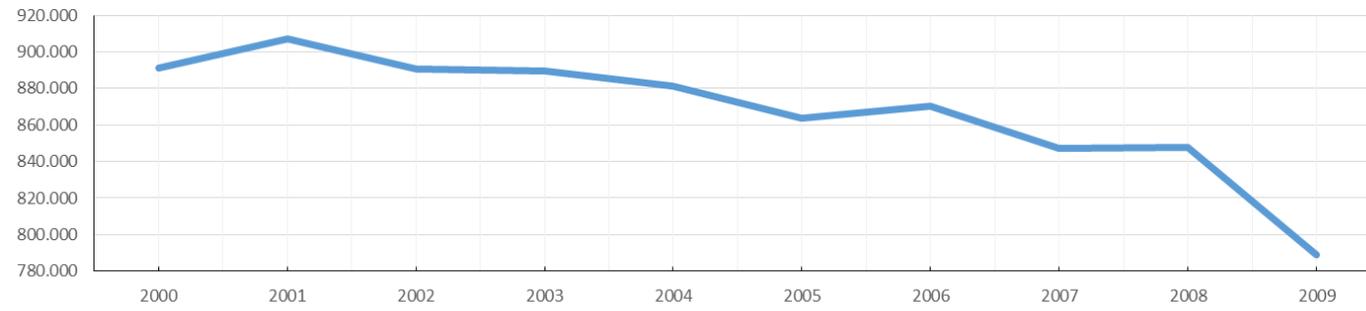
	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Alemania	890.994	907.051	890.934	889.848	881.167	863.955	870.164	847.276	847.967	788.803
Estados Unidos	5.966.222	5.864.344	5.903.041	5.956.793	6.068.083	6.104.818	6.012.335	6.110.796	5.911.797	5.496.282

Emisiones de CO₂ por país y periodo.

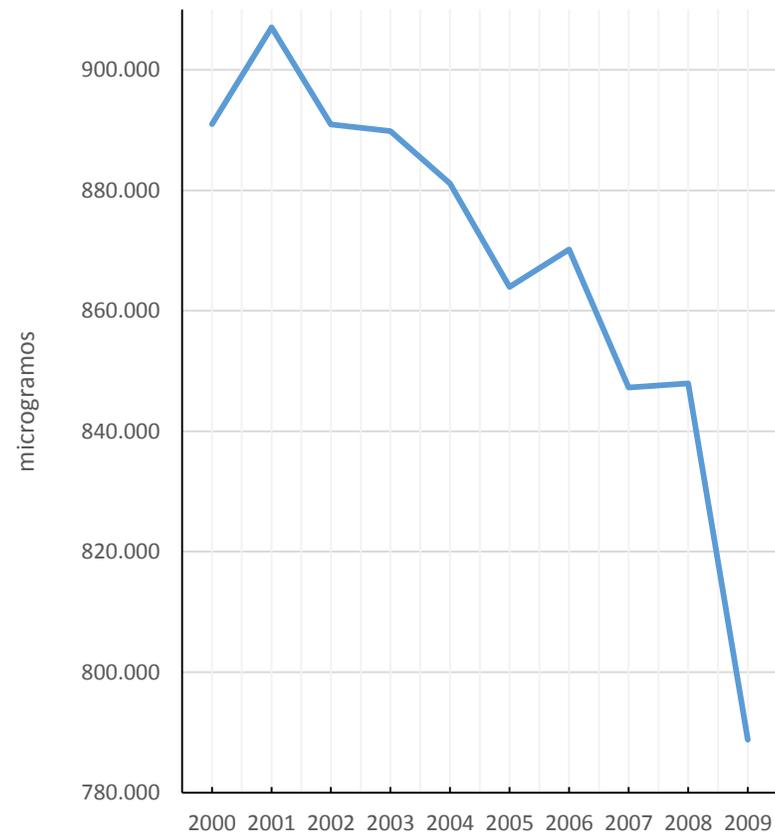
Unidades: gigagramos



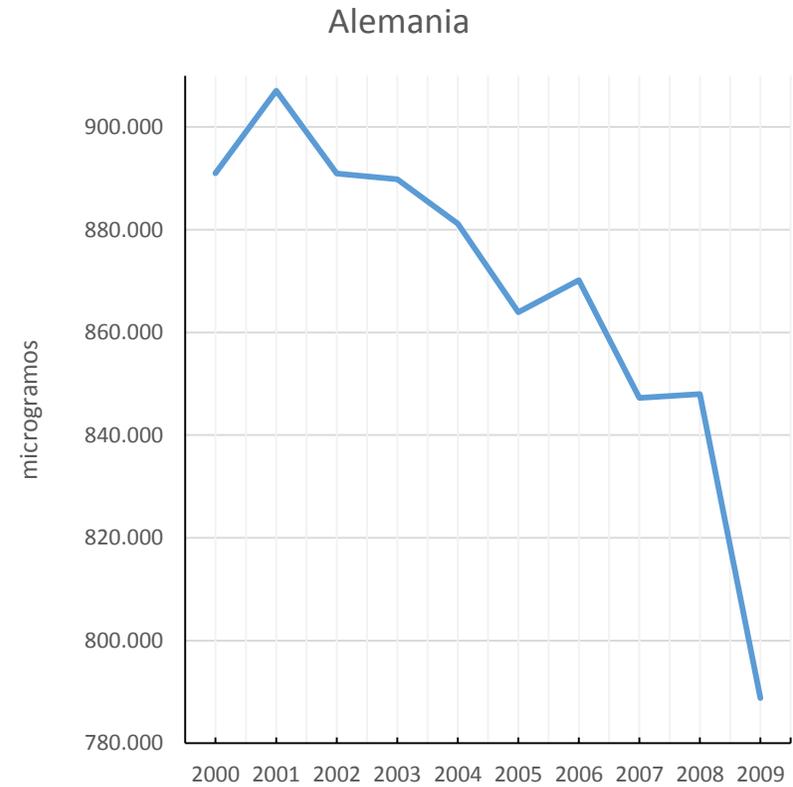
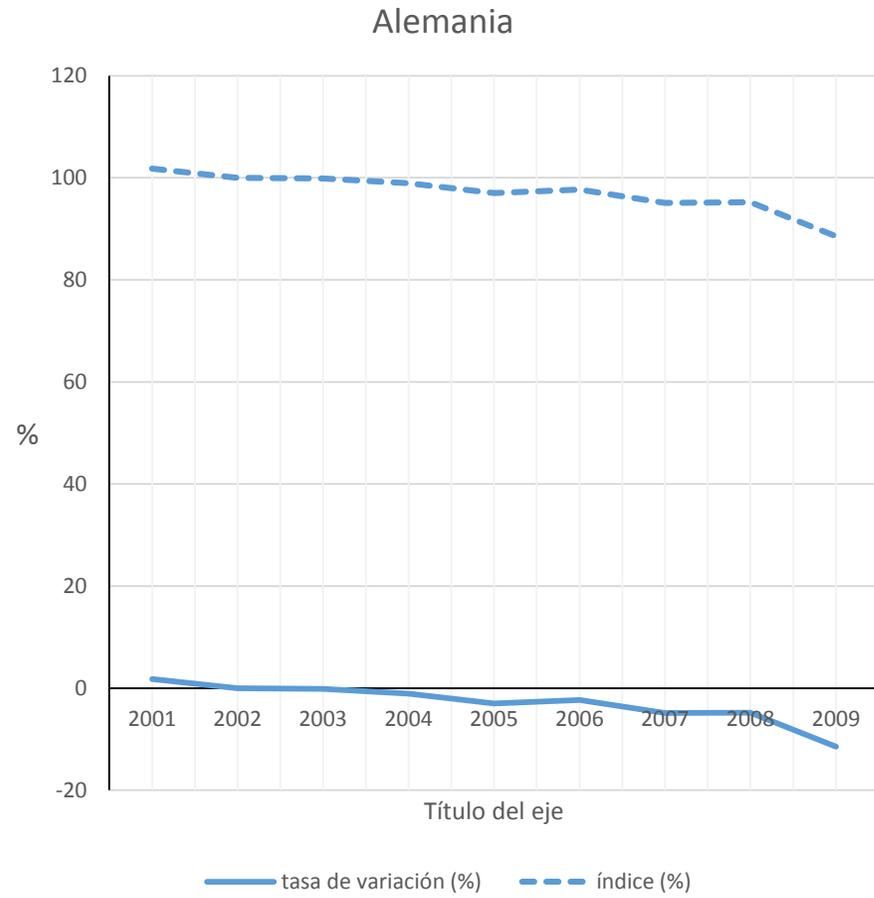
Alemania, valores originales (microgramos)



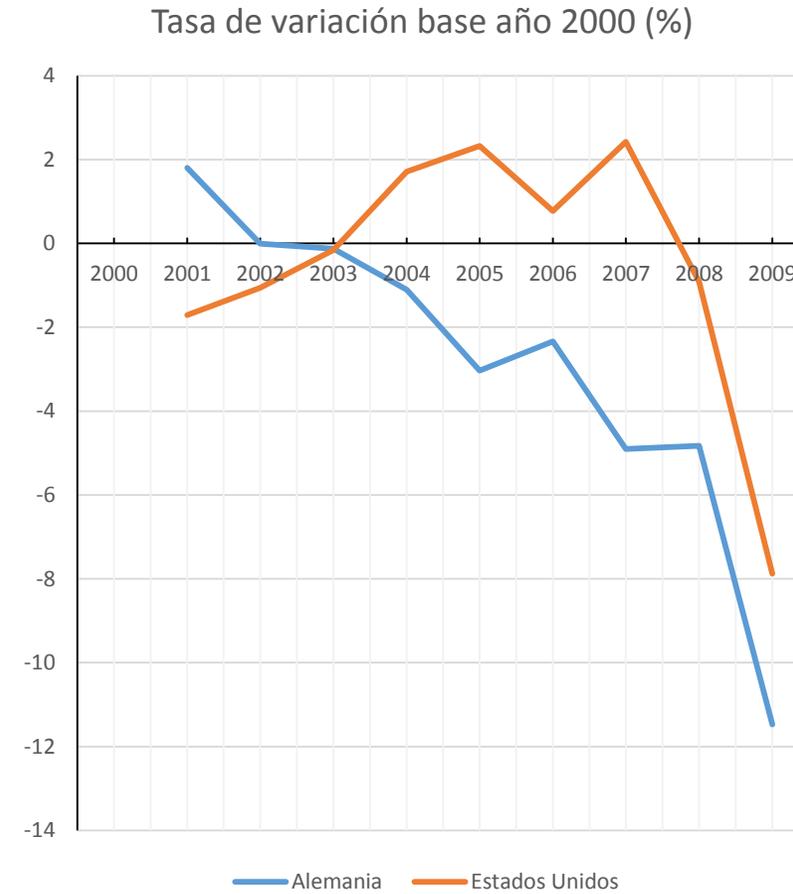
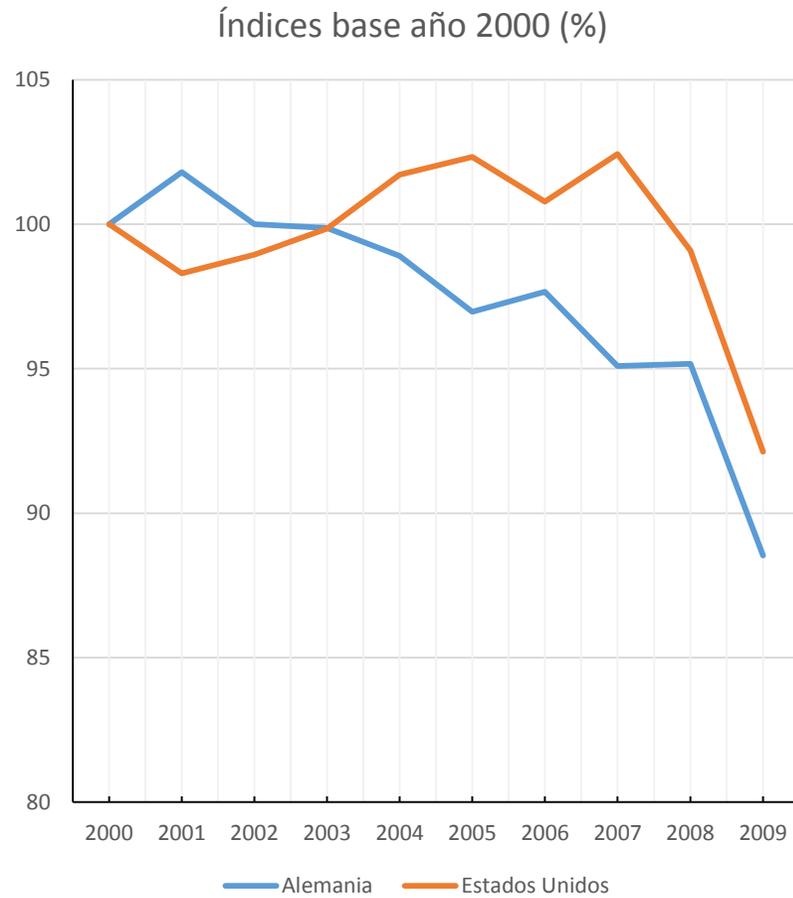
Alemania



Emisiones de CO₂ de Alemania, número índice y tasa de variación con referencia al año 2000



Emisiones de CO₂ por país y periodo



Definición/Concepto

Se quiere analizar un determinado fenómeno que se concreta a través de una variable que toma valores en distintas situaciones.

Estas situaciones pueden tener carácter temporal o espacial.

Se suele elegir una de estas situaciones como referencia para efectuar las comparaciones.

Número Índice :

Relación por cociente entre dos valores de una misma variable; sí se dispone de una serie de valores, generalmente se comparan todos ellos con uno que se elije como referencia.

Notación/terminología

Número Índice (I_0^j) : cociente entre dos valores de una misma variable, X_j y X_0 .

Si se dispone de una serie de valores, generalmente se comparan todos ellos con uno que se elige como referencia, X_0 .

El resultado se expresa en tantos por ciento

NÚMERO ÍNDICE

$$I_0^j = \frac{x_j}{x_0}$$

El resultado se multiplica por cien, quedando así expresado en porcentajes

$$I_0^j (\%) = \frac{x_j}{x_0} 100$$

Notación/terminología

Número Índice (I_0^j) : cociente entre dos valores de una misma variable, X_j y X_0 .

Si se dispone de una serie de valores, generalmente se comparan todos ellos con uno que se elige como referencia, X_0 .

El resultado se expresa en tantos por ciento

NÚMERO ÍNDICE

$$I_0^j = \frac{x_j}{x_0}$$

El resultado se multiplica por cien, quedando así expresado en porcentajes

$$I_0^j (\%) = \frac{x_j}{x_0} 100$$

Ejemplo
Superficie territorial de las comunidades autónomas y de España
Instituto Geográfico Nacional

<http://www.ign.es/ign/layoutIn/anetabladosdatosdatos poblacion poblacion.do?tipoBusq>

Territorio (j)	Superficie(Xj) (km ²)
Andalucía	87.597
Aragón	47.720
Asturias, Principado de	10.602
Cantabria	5.321
Castilla-La Mancha	79.462
Castilla y León	94.227
Cataluña / Catalunya	32.091
Comunidad Valenciana / Comunitat Valenciana	23.254
Extremadura	41.635
Galicia	29.575
Madrid, Comunidad de	8.028
Murcia, Región de	11.314
Navarra, Comunidad Foral de	10.390
País Vasco / Euskadi	7.230
Rioja, La	5.045
Balears, Illes	4.992
Canarias	7.447
Ciudad autónoma de Ceuta	19
Ciudad autónoma de Melilla	13
España	505.962

**Se calculan los números índices tomando como referencia la superficie de España (0: España),
y se obtiene lo siguiente:**

Territorio	Número índice (referencia: España = 100 %)
Andalucía	17,31296026
Aragón	9,431538337
Asturias, Principado de	2,09541428
Cantabria	1,051660006
Castilla-La Mancha	15,70513201
Castilla y León	18,62333535
Cataluña / Catalunya	6,342571181
Comunidad Valenciana / Comunitat Valenciana	4,595997328
Extremadura	8,228878849
Galicia	5,845300635
Madrid, Comunidad de	1,586680423
Murcia, Región de	2,236136311
Navarra, Comunidad Foral de	2,0535139
País Vasco / Euskadi	1,428961068
Rioja, La	0,997110455
Balears, Illes	0,98663536
Canarias	1,471849665
Ciudad autónoma de Ceuta	0,003755223
Ciudad autónoma de Melilla	0,002569363
España	100

Se podrían elegir otras referencias

Comunidad Autónoma	base: Andalucía= 100%	base: Aragón = 100%
Andalucía	100	183,564543
Aragón	54,47675149	100
Asturias, Principado de	12,10315422	22,2170997
Cantabria	6,074408941	11,150461
Castilla-La Mancha	90,71315228	166,517184
Castilla y León	107,5687524	197,458089
Cataluña / Catalunya	36,63481626	67,2485331
Comunidad Valenciana / Comunitat Valenciana	26,54657123	48,7300922
Extremadura	47,53016656	87,2485331
Galicia	33,76257178	61,9761106
Madrid, Comunidad de	9,164697421	16,823135
Murcia, Región de	12,91596744	23,7091366
Navarra, Comunidad Foral de	11,8611368	21,7728416
País Vasco / Euskadi	8,253707319	15,1508801
Rioja, La	5,759329657	10,5720872
Balears, Illes	5,698825302	10,4610226
Canarias	8,501432697	15,6056161
Ciudad autónoma de Ceuta	0,021690241	0,03981559
Ciudad autónoma de Melilla	0,014840691	0,02724225

TASA DE VARIACIÓN (INCREMENTO)

Una forma equivalente de cálculo es obtener el cociente entre la diferencia de los dos valores que se comparan y el valor de referencia

$$\Delta_0^j = \frac{X_j - X_0}{X_0}$$

El resultado se multiplica por cien, quedando así expresado en porcentajes

$$\Delta_0^j (\%) = \left(\frac{X_j - X_0}{X_0} \right) 100$$

Se denomina tasa de variación (incremento)

TASA DE VARIACIÓN (INCREMENTO)

O bien :

$$\begin{aligned}\Delta_0^j &= \left(\frac{X_j - X_0}{X_0} \right) \\ &= \frac{X_j}{X_0} - \frac{X_0}{X_0} \\ &= I_0^j - I_0^0 = I_0^j - 1\end{aligned}$$

Es decir, se pueden obtener tasa a partir de índices e índices a partir de tasas de forma inmediata , siendo dos maneras distintas pero equivalentes de presentar la información.

Al expresarla en porcentajes,

$$\begin{aligned}\Delta_0^j (\%) &= \left(\frac{X_j}{X_0} - \frac{X_0}{X_0} \right) 100 \\ &= I_0^j (\%) - I_0^0 (\%) = \\ &I_0^j (\%) - 100 (\%)\end{aligned}$$

RELACIONES

Si se intercambian las dos situaciones que se comparan , el número índice que se obtiene es el inverso del inicial

$$I_0^j = \frac{x_j}{x_0}$$
$$= \frac{1}{\frac{x_0}{x_j}} = \frac{1}{I_j^0}$$

Si se intercambian las dos situaciones que se comparan, la tasa de variación que se obtiene no es la opuesta de la inicial

$$\Delta_j^0 = \frac{X_0 - X_j}{X_j}$$
$$\Delta_0^j = \frac{X_j - X_0}{X_0}$$
$$\Delta_0^j \neq -\Delta_j^0$$

Se compara la misma diferencia en valor absoluto pero con distinta referencia

Comunidad Autónoma	Superficie (km2)
Andalucía	87.597
Aragón	47.720

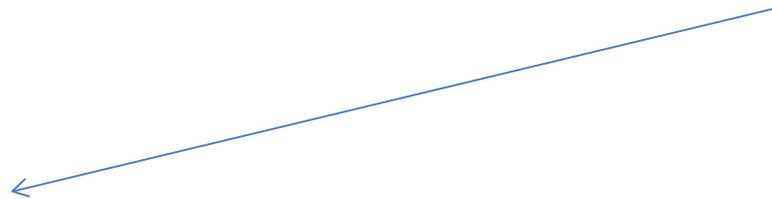
Se puede calcular sin disponer de los valores originales

$$I_{Ara}^{And} = \left(\frac{87597}{47.720} \right) 100 = 183,56\%$$

$$I_{Ara}^{And} = \frac{1}{I_{And}^{Ara}} =$$

$$= 1/1,8356 = 0,5447$$

$$I_{And}^{Ara} = \left(\frac{47.720}{87597} \right) 100 = 54,47\%$$



Comunidad Autónoma	base: And= 100	base: Arag = 100
Andalucía	100	183,564543
Aragón	54,47675149	100

$$\Delta_{Ara}^{And} = 83,56\%$$

$$\Delta_{And}^{Ara} = -45,53\%$$

La superficie de Andalucía es un 86,56 % superior (mayor que) la de Aragón.

La superficie de Aragón es un 45,53% inferior a la de Andalucía

$$\Delta_{Ara}^{And} = \frac{87.594 - 47.720}{47.720} = \frac{39.877}{47.720}$$

$$\frac{39.877}{87.597} 100 = 85,56\%$$

$$\Delta_{And}^{Ara} = \frac{47.720 - 87.594}{87.594} = \frac{-39.877}{87.594}$$

$$\frac{-39.877}{47.720} 100 = -45,53\%$$

CAMBIO DE BASE

Se utiliza a partir de una serie de números índice.

Consiste en cambiar la situación que se ha elegido como referencia por otra y así, disponer de la información con relación a otro valor de la variable

$$j = 0, 1, 2, \dots, j' \dots j$$

La referencia inicial es 0, si la nueva referencia va a ser j' , se obtiene la serie de números índices que tiene como referencia a j' del siguiente modo:

$$I_{j'}^j = \frac{I_0^j}{I_0^{j'}}$$

CAMBIO DE BASE

La referencia inicial es Aragón (0), si la nueva referencia va a ser Extremadura (j'), la nueva serie de números índices se obtendrá así:

$$I_{Ext}^j = \frac{I_{Ara}^j}{I_{Ara}^{Ext}}$$

Por ejemplo,

$$I_{Ext}^{C-LM} =$$

$$\frac{166,51718357083}{87,2485331098072} 100 =$$

190,8538489 %

Comunidad Autónoma	base: Aragón = 100%	base: Extremadura=100%
Andalucía	183,5645432	210,3926985
Aragón	100	114,6151075
Asturias, Principado de	22,21709975	25,46415276
Cantabria	11,15046102	12,78011289
Castilla-La Mancha	166,5171836	190,8538489
Castilla y León	197,4580889	226,3168008
Cataluña / Catalunya	67,24853311	77,0769785
Comunidad Valenciana / Comunitat Valenciana	48,7300922	55,85204756
Extremadura	87,24853311	100
Galicia	61,97611065	71,03398583
Madrid, Comunidad de	16,82313495	19,28185421
Murcia, Región de	23,70913663	27,17425243
Navarra, Comunidad Foral de	21,77284158	24,95496577
País Vasco / Euskadi	15,15088013	17,36519755
Rioja, La	10,57208718	12,11720908
Balears, Illes	10,46102263	11,98991233
Canarias	15,60561609	17,88639366
Ciudad autónoma de Ceuta	0,039815591	0,045634682
Ciudad autónoma de Melilla	0,027242246	0,03122373

INDICES EN CADENA

Si se dispone de información sobre una variable en el tiempo, se va a denominar:

- **periodo base**, denotado por $j = 0$, al periodo que se toma como referencia para la comparación;
- **periodo actual**, ($j = 1, 2, \dots$) a cada una de las situaciones (periodos) restantes, aquellas que se comparan con el periodo base

Se puede plantear el cálculo de los índices con relación :

- a un periodo determinado (0), lo que da lugar a índices de base fija.
- Al periodo anterior al actual ($j-1$), lo que da lugar a índices de base móvil.

ENCUESTA DE POBLACIÓN ACTIVA Media de los cuatro trimestres del año	
año	Parados. Valores absolutos Unidades: Miles Personas
2006	1.840,9
2007	1.846,1
2008	2.595,9
2009	4.153,5
2010	4.640,1
2011	5.012,7
2012	5.811,0
2013	6.051,1

Los índices calculados pueden tomar como referencia (como periodo base) cada año de la serie:	
al año 2006	al año anterior al dado (periodo actual)
I_{06}^j	I_{j-1}^j
100	-
100,28247	100,28247
141,01255	140,61535
225,62334	160,00231
252,05606	111,71542
272,29616	108,03
315,66082	115,92555
328,70335	104,13182

- Se verifica la siguiente relación (en tantos por uno):

$$I_0^j = I_0^1 \times I_1^2 \dots \dots I_{j-2}^{j-1} \times I_{j-1}^j$$

Es decir, se puede calcular a partir del cambio anual, el que se ha producido para el conjunto de los siete años

$$I_{06}^{13} = I_{06}^{07} \times \dots \dots I_{11}^{12} \times I_{12}^{13}$$

$$1,002824705 \times 1,406153513 \times \dots \dots 1,159255491 \times 1,04131819 =$$

$$3,287033516$$

ÍNDICE Y TASA MEDIOS DE VARIACIÓN ACUMULATIVA

Sirve para calcular la variación media que ha experimentado una variable en un periodo que comprende varios subperiodos.

El índice medio de variación acumulativa (IMVA) se expresa como:

$$\text{IMVA} = \sqrt[j]{I^j} = (I_o^j)^{1/j}$$

La tasa media de variación acumulativa (TMVA) será por tanto:

$$\text{TMVA} = \text{IMVA} - 1$$

En el caso que se esta utilizando como ejemplo, la TMVA anual es:

$$IMVA = \sqrt[7]{3,287033516} = 1,185302395$$

Es decir, si el paro se incrementase un 18,53% anualmente, después de siete años se habría acumulado un incremento del 228,70%